

Aufgabe 35: Impuls von Photonen

[Staatsexamensaufgabe vom Herbst 2000]

- Welche Frequenzverschiebung hat ein Photon ($\lambda = 530 \text{ nm}$) auf Grund des Rückstoßes bei der Emission erfahren, das von einem Fluorescein-Molekül ($\text{C}_{20}\text{H}_{10}\text{O}_5\text{C}_{12}$, $M = 401,2 \text{ g/mol}$) emittiert wird?
- Bestimmen Sie die natürliche Linienbreite bei einer Lebensdauer des angeregten Zustands von 10 ns (Abschätzung) und vergleichen Sie diese mit dem Ergebnis aus a).

Aufgabe 32: Rubinlaser

[Staatsexamensaufgabe vom Frühjahr 2001]

Ein Rubinlaser (3-Niveau-Laser) bestehe aus einem zylinderförmigen Rubinkristall (Länge 5,0 cm, Durchmesser 1,0 cm, Brechungsindex $n = 1,65$). Die Enden des Kristalls seien partiell verspiegelt, so dass er als Fabry-Perot-Resonator wirkt, in dem sich stehende Wellen aufbauen. Der Laser emittiert Pulse mit einer Energie von 2,0 J und einer Dauer von 10,0 ns.

Die Wellenlänge $\lambda = 694,0 \text{ nm}$ der Laserstrahlung werde im Vakuum als monochromatisch angenommen.

- Erklären Sie anhand eines Energieniveau-Diagramms die Wirkungsweise eines 3-Niveau-Lasers! Gehen Sie dabei auf Lebensdauern, Übergänge und Anregung ein!
- Erläutern Sie den Begriff der Besetzungsinversion und deren Bedeutung für die Funktion des Lasers!
- Bestimmen Sie die räumliche Länge eines Pulses im Vakuum.
- Bestimmen Sie die Energiedichte und hieraus die Amplitude der elektrischen Feldstärke des Laserpulses, falls der Laserstrahl auf einen Durchmesser von 2 mm gebracht wird!
- Berechnen Sie die Zahl der Wellenlängen der stehenden Welle, die bei der angegebenen Vakuumwellenlänge von 694 nm in den materieverfüllten Rubinlaser passen!

Aufgabe 33: Feinstruktur

In wieviele Komponenten ist die langwelligste Linie der Balmerreihe auf Grund der Feinstruktur aufgespalten. Skizzieren Sie die zugehörigen Energieniveaus und geben Sie die Termsymbole in der spektroskopischen Notation an.

Aufgabe 34: Elektrische Dipolnäherung und höhere Momente

Auch dipol-verbotene Übergänge können auf Grund von höheren Momenten eine kleine, aber endliche Übergangswahrscheinlichkeit besitzen. Das die Übergangsraten für Absorption und Emission bestimmende Matrixelement M_{ba} ist allgemein gegeben durch

$$M_{ba} = \langle \psi_b | e^{i\vec{k}\vec{r}} \vec{\varepsilon} \nabla | \psi_a \rangle = \int \psi_b^* (e^{i\vec{k}\vec{r}} \vec{\varepsilon} \nabla) \psi_a d^3r,$$

wobei \vec{k} der Ausbreitungsvektor der elektromagnetischen Welle und $\vec{\varepsilon}$ der Einheitsvektor in Richtung des elektrischen Feldes (Polarisationsvektor) sind.

- a) Machen Sie sich noch einmal klar, dass in der Dipolnäherung M_{ba} gegeben ist durch $M_{ba} = -\frac{m\omega_{ba}}{\hbar} \vec{\epsilon} \int \psi_b^* \vec{r} \psi_a d^3r$, also proportional zum Dipolmatrixelement ist (Hinweis: benutzen Sie die Heisenberg'sche Bewegungsgleichung $i\hbar \dot{\vec{r}} = [\vec{r}, H] = \vec{r}H - H\vec{r}$).
- b) Nehmen Sie an, dass sich die elektromagnetische Welle $e^{i\vec{k}\vec{r}}$ in z -Richtung ausbreitet, und der Polarisationsvektor des elektrischen Feldes $\vec{\epsilon}$ in x -Richtung zeigt. Zeigen Sie, dass sich der nächst höhere, über die Dipolnäherung hinausgehende Beitrag zu M_{ba} ergibt zu

$$\tilde{M}_{ba} = -\frac{m\omega_{ba}}{\hbar c} \int \psi_b^* z \dot{x} \psi_a d^3r, \quad \text{mit} \quad \omega_{ba} = \frac{E_b - E_a}{\hbar}.$$

Verständnisfragen: [teilweise aus Staatsexamensaufgaben]

- a) Ein angeregtes Wasserstoffatom befindet sich im 6d-Zustand. Benennen Sie alle Zustände (n, l) , in die das Atom unter Emission eines Photons „erlaubter Weise“ übergehen kann. Wie viele verschiedene Wellenlängen treten im emittierten Licht auf und in welchen Spektralbereichen des elektromagnetischen Spektrums liegen diese jeweils? [aus Herbst 2009]
- b) Entscheiden Sie, welche der folgenden Übergänge erlaubt und welche verboten sind. Begründen Sie Ihre Entscheidung.
 $4p \rightarrow 3p$; $2p \rightarrow 1s$; $4d \rightarrow 3s$; $4s \rightarrow 2p$ [aus Herbst 2008]
- c) Welche Farbe hat Wasserstoffgas, das in den Zustand mit der Hauptquantenzahl $n = 3$ angeregt wurde und durch Übergänge in tiefere Niveaus leuchtet? [aus Herbst 2005]
- d) Die Linien in den atomaren Absorptions- und Emissionsspektren sind nicht unendlich scharf, sondern besitzen eine je nach atomarem Übergang mehr oder weniger große Frequenzbreite. Geben Sie mindestens zwei physikalische Ursachen dafür an! [aus Frühjahr 2006]
- e) Skizzieren Sie für das H-Atom die Energieniveaus zur Hauptquantenzahl $n = 3$, inklusive der Berücksichtigung der Feinstrukturaufspaltung. Bezeichnen Sie die Energieterme in der spektroskopischen Notation.